Hővezetés - alapfogalmak

A hőmérsékletmező

$$t = f\left(x, y, z, \tau\right)$$

Állandósult állapotban, egy dimenzió esetén:

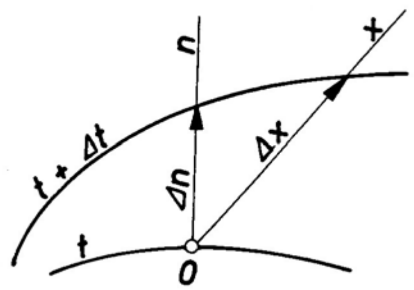
$$t = f\left(x\right)$$

Izotermikus felület

- az azonos hőmérsékletű pontok mértani helye
- különböző hőmérsékletű izotermikus felületek nem metszik egymást.

A hőmérséklet-gradiens

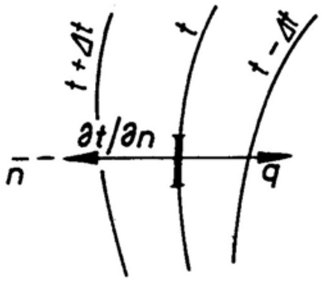
$$\lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{\partial t}{\partial n} = grad\, t \qquad \left[\frac{K}{m}\right]$$



A hőmérséklet-gradiens meghatározása

A Fourier-törvény

$$\varphi = -\lambda \cdot grad\, t$$



A hőáramsűrűség az egységnyi idő alatt egységnyi felületen továbbadott hőmennyiséget fejezi ki:

$$\varphi = \frac{d}{dA}\frac{dQ}{d\tau} \qquad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

A hővezetési tényező

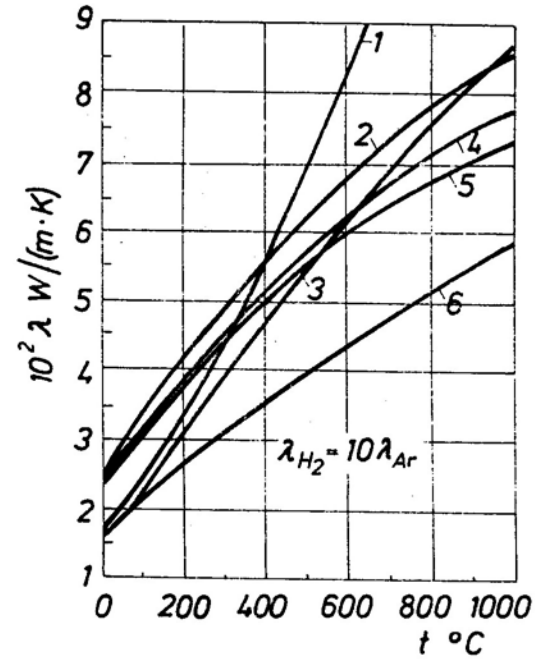
$$\lambda = -\frac{\varphi}{grad\, t} \qquad \left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$$

A hővezetési tényező függ az anyag:

- minőségétől (fajtájától),
- szerkezetétől,
- termodinamikai állapotától (hőmérséklet, nyomás, stb.).

Gázok hővezetési tényezői:

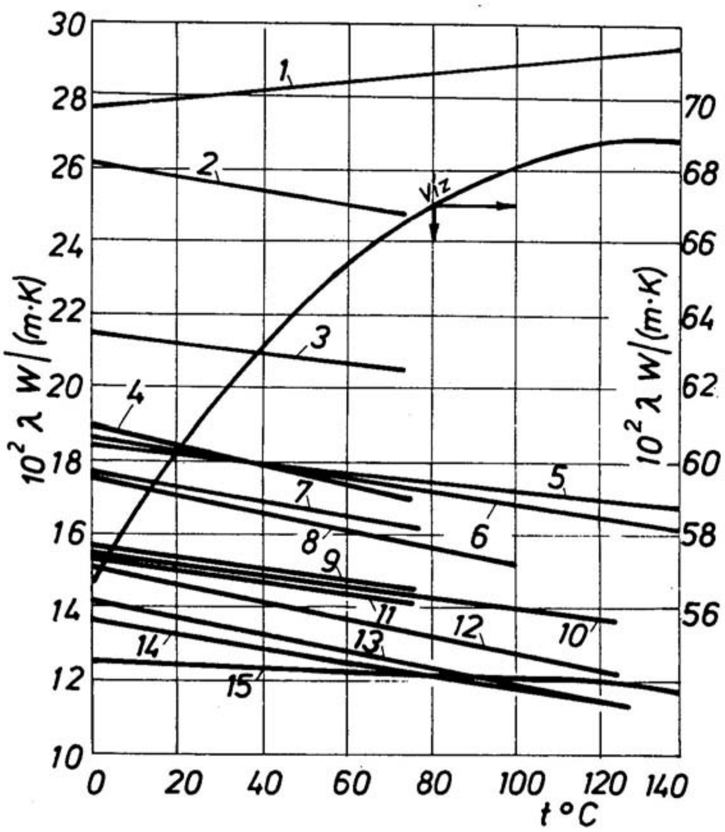
- λ = 0,005 … 0,5 W/(m·K);
- a hőmérséklet emelkedésével λ értéke növekszik;
- a nyomástól gyakorlatilag nem függ (P = 3 kPa … 200 MPa esetén).



Gázok hővezetési tényezőinek hőmérséklet függése
1 - vízgőz, 2 - oxigén, 3 - szén-dioxid, 4 - levegő,
5 - nitrogén, 6 - argon.

Folyadékok hővezetési tényezői:

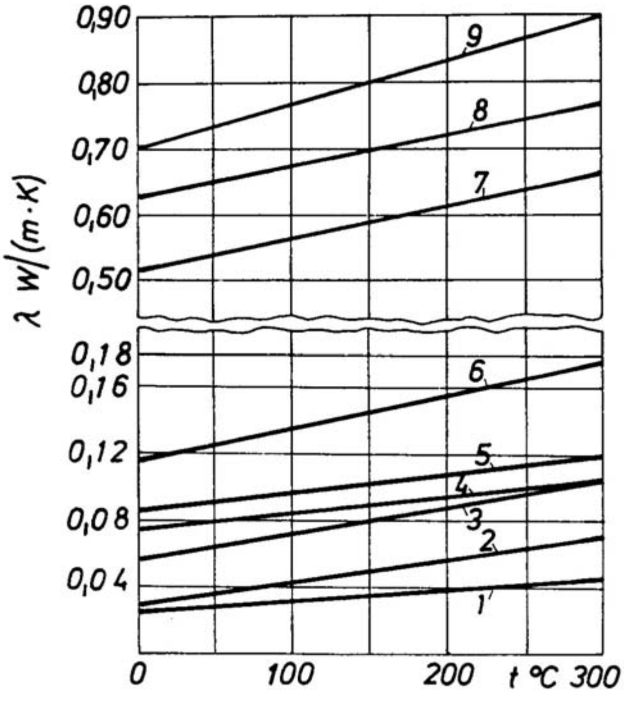
- λ = 0,09 … 0,7 W/(m·K);
- a hőmérséklet emelkedésével λ értéke általában csökken;
- a víz és a glicerin ilyen tekintetben kivétel.



Folyadékok hővezetési tényezőinek hőmérséklet függése
1- vízmentes glicerin, 2 - hangyasav, 3 - metilalkohol, 4 - etilalkohol, 5 - ricinusolaj, 6 - analin, 7 - ecetsav, 8 - aceton, 9 - butilalkohol, 10 - nitrobenzol, 11 - izopropil alkohol, 12 - benzol, 13 - toluol, 14 - xilol, 15 - vazelinolaj, 16 - víz (a mérték jobbra)

Építő és hőszigetelő anyagok hővezetési tényezői:

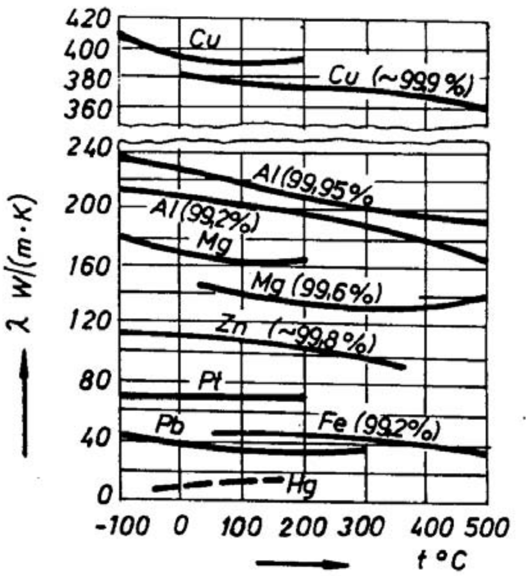
- λ = 0,02 … 3,0 W/(m·K);
- λ < 0,2 W/(m·K) esetén: hőszigetelők;
- a hőmérséklet emelkedésével λ értéke növekszik;
- nagy sűrűségű anyagok hővezetési tényezői rendszerint nagyobbak;
- λ függ az anyag szerkezetétől, porozitásától és nedvességétől;
- pl. $\lambda_{\text{száraz tégla}}$ = 0,35, $\lambda_{\text{víz}}$ = 0,58, $\lambda_{\text{nedves tégla}}$ = 1,0 W/(m·K).



Szigetelő és tűzállóanyagok hővezetési tényezőinek
hőmérséklet függése
1 - levegő, 2 - üveggyapot (ρ=160 kg/m^3),
3 - salakgyapot (ρ=200 kg/m^3), 4 - préselt salakgyapot (ρ=340 kg/m^3),
5 - szovelit (ρ=440 kg/m^3), 6 - diatomit tégla (ρ=550 kg/m^3),
7 - vörös tégla (ρ=1672 kg/m^3), 8 - salakbeton tégla (ρ=1373 kg/m^3),
9 - samott tégla (ρ=1840 kg/m^3)

Fémek hővezetési tényezői:

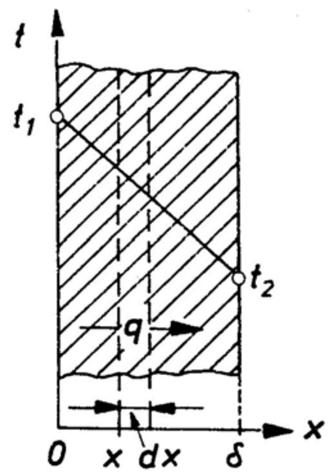
- λ = 2 … 420 W/(m·K);
- $\lambda_{ezüst}$ = 419, $\lambda_{vörösréz}$ = 395, λ_{arany} = 303, $\lambda_{alumínium}$ = 209 W/(m·K);
- a hőmérséklet emelkedésével λ értéke általában csökken;
- tiszta fémeknél a hővezető képesség és az elektromos vezetőképesség arányos egymással (Wiedemann-Frantz törvény);
- A szennyezés erősen csökkenti a λ értékét, de nincs általános érvényű törvényszerűség;
- pl. $\lambda_{tiszta\ vörösréz}$ = 395, de $\lambda_{vörösréz,\ arzénnyomokkal}$ =142 W/(m·K);
- pl. $\lambda_{vas,\ 0,1\%\ C}$ = 52, $\lambda_{vas,\ 1\%\ C}$ =40, és $\lambda_{vas,\ 1,5\%\ C}$ =36 W/(m·K);
- edzett szénacél esetén a hővezetés tényezője 10-25%-kal kisebb, mint lágyacél esetén.



Fémek hővezetési tényezőinek hőmérséklet függése

Sík fal hővezetése

Homogén fal



Homogén sík fal

$$\varphi = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

$$dt = -\frac{\varphi}{\lambda} dx$$

Integrálás után:

$$t = -\frac{\varphi}{\lambda} x + C$$

Határfeltételek:

- ha $x = 0$, akkor $t = t_1$, amiből

  $$C = t_1$$

- Ha $x = \delta$, akkor $t = t_2$, ennek alapján:

$$t_2 = -\frac{\varphi}{\lambda}\delta + t_1$$

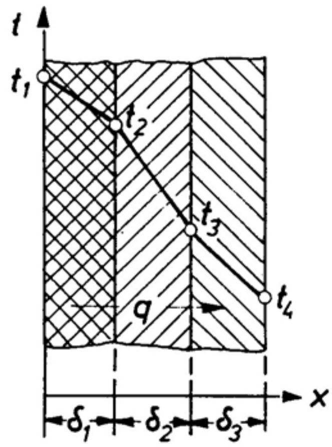
A fentiek alapján:

$$\varphi = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2) = \frac{\lambda}{\delta}\Delta t$$

A sík falon átáramló hőmennyiség:

$$Q = \varphi \cdot A \cdot \tau = \frac{\lambda}{\delta} \cdot \Delta t \cdot A \cdot \tau$$

Többrétegű fal



Réteges sík fal

Állandósult állapot esetén

$$\varphi = \frac{\lambda_1}{\delta_1} \cdot (t_1 - t_2)$$

$$\varphi = \frac{\lambda_2}{\delta_2} \cdot (t_2 - t_3)$$

$$\varphi = \frac{\lambda_3}{\delta_3} \cdot (t_3 - t_4)$$

Ezekből:

$$t_1 - t_2 = \varphi \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1}$$

$$t_2 - t_3 = \varphi \cdot \frac{\delta_2}{\lambda_2}$$

$$t_3 - t_4 = \varphi \cdot \frac{\delta_3}{\lambda_3}$$

Az egyenletrendszer bal oldalait és jobb oldalait összeadva:

$$t_1 - t_4 = \varphi \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right).$$

A hőáramsűrűség tehát:

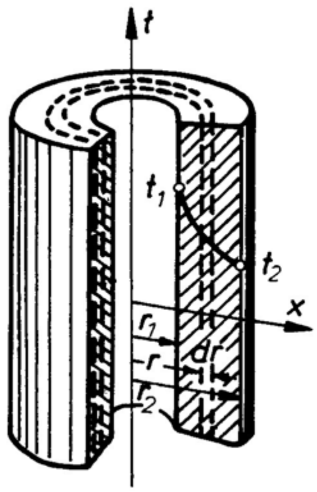
$$\varphi = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}$$

n rétegre általánosan:

$$\boxed{\varphi = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \qquad \left[\frac{W}{m^2} \right]}$$

Hengeres fal hővezetése

Homogén fal



Homogén hengeres fal

A Fourier törvényből:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dt}{dr} = -\lambda . \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \frac{dt}{dr} \qquad [W]$$

A változók szétválasztásával:

$$dt = -\frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l} \cdot \frac{dr}{r}$$

Ez utóbbi egyenletet integrálva:

$$t = -\frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l} \cdot \ln r + C$$

Peremfeltételek ($r = r_1$ esetén $t = t_1$ és $r = r_2$ esetén $t = t_2$):

$$t_1 = -\frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l} \cdot \ln r_1 + C$$

$$t_2 = -\frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l} \cdot \ln r_2 + C$$

A fenti egyenleteket egymásból kivonva:

$$t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l} \cdot \left(\ln r_2 - \ln r_1\right) = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Ebből az ismeretlen Q értéke meghatározható:

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \left(t_1 - t_2\right) = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \cdot \left(t_1 - t_2\right) \qquad [W]$$

A hőmérsékleti görbe egyenlete:

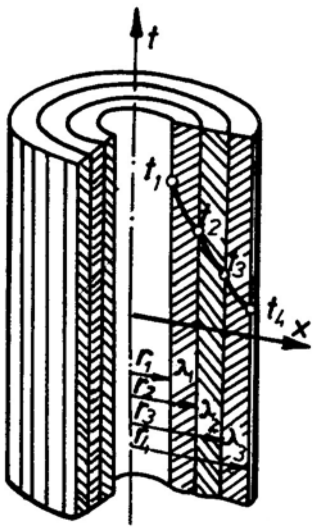
$$t_x = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \cdot \ln \frac{d_x}{d_1} \qquad [^\circ C]$$

Hőáramsűrűség (fajlagos hosszra, ill. felületre):

$$\frac{\dot{Q}}{l} = \varphi_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot \Delta t}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \qquad \left[\frac{W}{m}\right]$$

$$\frac{\dot{Q}}{\pi \cdot d_1 \cdot l} = \varphi_1 = \frac{2 \cdot \lambda \cdot \Delta t}{d_1 \cdot \ln \dfrac{d_2}{d_1}} \qquad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

Réteges fal



Réteges hengeres fal

Állandósult állapot esetén az a hőáram, amely az egyes rétegeken áthalad, ugyanakkora és állandó:

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_l &= \frac{2 \cdot \pi \cdot (t_1 - t_2)}{\dfrac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \dfrac{d_2}{d_1}} \\
\varphi_l &= \frac{2 \cdot \pi \cdot (t_2 - t_3)}{\dfrac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \dfrac{d_3}{d_2}} \\
\varphi_l &= \frac{2 \cdot \pi \cdot (t_3 - t_4)}{\dfrac{1}{\lambda_3} \cdot \ln \dfrac{d_4}{d_3}}
\end{aligned}\right\}$$

Az egyes rétegek hőmérséklet változása:

$$\left.\begin{aligned} t_1 - t_2 &= \frac{\varphi_l}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} \\ t_2 - t_3 &= \frac{\varphi_l}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} \\ t_3 - t_4 &= \frac{\varphi_l}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_3} \cdot \ln \frac{d_4}{d_3} \end{aligned}\right\}$$

Összeadva:

$$t_1 - t_4 = \frac{\varphi_l}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \cdot \ln \frac{d_4}{d_3} \right)$$

Innen a φ_l (egységnyi hosszra vonatkozó) hőáram:

$$\varphi_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot (t_1 - t_4)}{\frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \cdot \ln \frac{d_4}{d_3}} \qquad \left[\frac{W}{m} \right]$$

n rétegű falra, általánosan:

$$\boxed{\varphi_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot (t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}} \qquad \left[\frac{W}{m} \right]}$$